Mater Dei Comenta
Prova Específica de Matemática – UEM julho de 2009
Gabarito 1

QUESTÃO: 01
GABARITO: 11

01) Correta

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[2]{2}} = \frac{\sqrt[6]{2}}{\sqrt[6]{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[6]{4}}$$

$$a_4 = a_3.q = \frac{1}{\sqrt[6]{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{4}} = \frac{1}{\sqrt[6]{8}} = \frac{1}{\sqrt[6]{2^3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

02) Correta

$a_n = a_1.q^n$ com $n \in \mathbb{N}^*$, $q > 0$ e $q \neq 1$ está sobre a curva exponencial $y = a_1.q^x$ com $x \in \mathbb{R}$, $q > 0$ e $q \neq 1$.

04) Incorreta

$$a_1 = \frac{5.1-4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2} = \frac{\left(\frac{1}{3} + \frac{5n-4}{3}\right).n}{2} =$$

$$= \frac{\left(\frac{5n-3}{3}\right).n}{2} = \left(\frac{5n-3}{6}\right).n$$

08) Correta

Como $a_3 < 0$ então $a_7 = a_3.q^4 < 0$.

16) Incorreta

Suponha uma P.A. com $a_1 = 13$ e $r = 22$, logo

$a_4 = a_1 + 3.r = 13 + 3.22 = 79$

$a_{14} = a_1 + 13.r = 13 + 13.22 = 299$

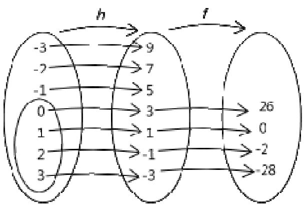
QUESTÃO: 02
GABARITO: 03

01) Correta

$$\frac{f^{-1}(-28) + 3g(-2)}{h(0)} = \frac{-3+3.9}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

02) Correta

O domínio de $f \circ h$ é o conjunto dos x, tais que x pertence ao domínio de h e $h(x)$ pertence ao domínio de f.



04) Incorreta

Para $x = 3$, por exemplo, temos $g(3) = 9$. No entanto, na curva $y = (x-1)^2$, temos $y = (3-1)^2 = 2^2 = 4$.

08) Incorreta

$g(-2) = g(3) = 9$

16) Incorreta

Para $x = -1$, temos:

$F(x) = [h(-1)]^2 + f(-1) = 5^2 - 2 = 23$.

QUESTÃO: 03
GABARITO = 19 - Nível: Médio

01- CORRETA
Considerando o cone reto da figura abaixo, verificamos a existência de dois cones semelhantes. Assim montamos uma proporção entre as alturas e os raios dos cones.

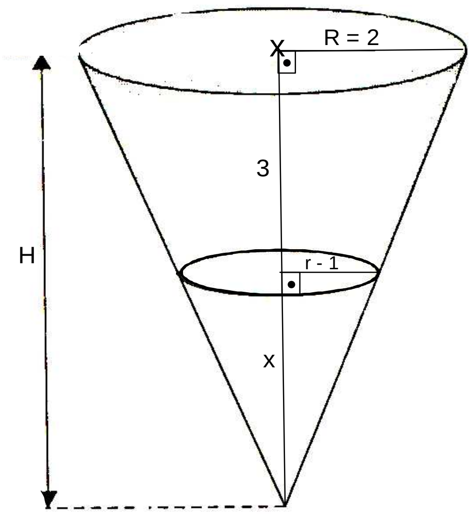


Figura C

$$\frac{x}{x+3} = \frac{1}{2}$$

2x = x + 3

x = $\boxed{3}$

logo, teremos:
H = 3 + x
H = 3 + 3

H = $\boxed{6m}$

02- CORRETA

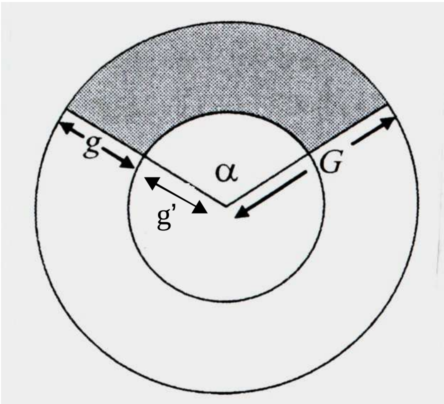


Figura B

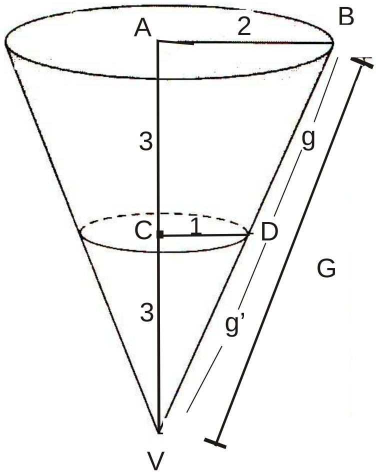


Figura C

Na figura C, o cone é reto, logo o triângulo VCD é retângulo. Então temos que:

$$(g')^2 = 3^2 + 1^2$$

$$\boxed{g' = \sqrt{10}}$$

Como $\Delta_{VAB} \sim \Delta_{VCD}$, temos que: $\dfrac{2}{1} = \dfrac{G}{\sqrt{10}} \therefore$ $\boxed{G = 2\sqrt{10}}$

Para calcular α, aplicamos a relação:

$\ell = \alpha . G$ (ℓ = comprimento do arco do setor = $2\pi R$)

$2\pi R = \alpha . 2\sqrt{10}$

$4\pi = \alpha . 2\sqrt{10}$

$$\alpha = \frac{4\pi}{2\sqrt{20}}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{2\pi}{\sqrt{10}} \text{ radianos}}$$

04- INCORRETA

Na figura B temos que a região hachurada é superfície lateral do tronco do cone. Vejamos os cálculos a seguir:

a) Cálculo da área da coroa

S coroa = $\pi G^2 - \pi.(g')^2$

S coroa = $\pi.(2\sqrt{10})^2 - \pi.(\sqrt{10})^2$

S coroa = $40\pi - 10\pi =$ $\boxed{30\pi m^2}$

b) Cálculo da área hachurada

$$\begin{cases} 30\pi & \underline{\qquad\qquad} & 2\pi\,\text{rad} \\ x & \underline{\qquad\qquad} & \dfrac{2\pi}{\sqrt{10}}\,\text{rad} \end{cases}$$

$$x = \frac{\dfrac{\cancel{2\pi}}{\sqrt{10}}.30\pi}{\cancel{2\pi}} = \boxed{\frac{30\pi}{\sqrt{10}}\,m^2}$$

08- INCORRETA

Analisando as figuras A e C, deduzimos que:

$$r = \frac{V\ \text{tronco}}{V\ \text{cilindro}} = \frac{\frac{1}{3}.\pi R^2.(h_1 + x) - \frac{1}{3}.\pi.r.x}{\pi.r.h_2}$$

$$r = \frac{\frac{1}{3}.\pi 2^2.(3+3) - \frac{1}{3}.\pi.1.3}{\pi.1.2}$$

$$r = \frac{8-1}{2} = \boxed{\frac{7}{2}}$$

16- CORRETA

V funil = V tronco + V cilindro

$$V\ \text{funil} = \frac{1}{3}.\pi R^2.(h_1 + x) - \frac{1}{3}.\pi.r^2.x + \pi.r^2.h_2$$

$$V\ \text{funil} = \frac{1}{3}.\pi.2^2.(3+3) - \frac{1}{3}.\pi.1^2.3 + \pi.1^2.2$$

$$V\ \text{funil} = 8\pi - \pi + 2\pi$$

$$\boxed{V\ \text{funil} = 9\pi m^3}$$

QUESTÃO: 04

GABARITO: 10

Perímetro do terreno:

$$p = 8x$$

Superfície da quadra:

$$S_Q = \frac{2}{9}\cdot x.(3x) = \frac{2x^2}{3}$$

Custo orçado pela empresa A

$$C_A = 18.\left(\frac{2x^2}{3}\right) + 50.(8x) + 500 = 12x^2 + 400x + 500$$

Custo orçado pela empresa B

$$C_B = 24.\left(\frac{2x^2}{3}\right) + 40.(8x) = 16x^2 + 320x$$

01) Incorreta

02) Correta

04) Incorreta

$S_T = 1200 \Rightarrow x.3x = 1200 \Rightarrow x = 20$, logo

$C_A = 12.20^2 + 400.20 + 500 = 13300$

$C_B = 16x^2 + 320x = 16.20^2 + 320.20 = 12800$

$$\frac{13300 - 12800}{13300} \cong 4\%$$

08) Correta

$C_A < C_B$

$12x^2 + 400x + 500 < 16x^2 + 320x$

$4x^2 - 80x - 500 > 0$

$x^2 - 20x - 125 > 0$

$S = -\frac{b}{a} = 20$ e $P = \frac{c}{a} = -125$

$x_1 = \cancel{-5}$ e $x_2 = 25$

Como $a > 0$ (concavidade voltada para cima), temos que $C_A < C_B$ se $x > 25$,

Assim $2p = 8x > 200$

16) Incorreta

Neste caso: $C_A = 12x^2 + 400x$.

Assim $C_A < C_B$ se

$12x^2 + 400x < 16x^2 + 320x$

$4x^2 - 80x > 0$

$x^2 - 20x > 0$

$x.(x - 20) > 0$

$x > 20$

QUESTÃO: 05

GABARITO = 17 - Nível: Difícil

01- CORRETA

No sistema

$$\begin{cases} mx + y = a - b \\ x + m^2y + z = 2a + c \\ x + 4y + z = a + b + c \end{cases}$$

Determinante principal

$$D = \begin{vmatrix} m & 1 & 0 \\ 1 & m^2 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{vmatrix} = m^3 + 1 - 1 - 4m$$

$$D = m^3 - 4m, \text{ se } D \neq 0 \Rightarrow \text{S.P.D.}$$

$$\text{Logo } m^3 - 4m \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

02- INCORRETA

Para m = 1

$$\begin{cases} x+y=a-b \\ x+y+z=2a+c \\ x+y+z=a+b+c \end{cases}$$

Se x = y = z = 0 temos

$$\begin{cases} a-b=0 \\ 2a+c=0 \\ a+b+c=0 \end{cases} \Rightarrow D=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$D=-1+2-1 \therefore D=0 \Rightarrow (\text{Existe mais de uma tripla } (a,b,c))$$

04- INCORRETA

Para m = -1, a = b = 1 e c = -1

$$\begin{cases} -x+y=0 \\ x+y+z=1 \\ x+4y+z=1 \end{cases}$$

A tripla (2, 2, -3) não é solução do sistema, pois não verifica a equação (x + 4y + z = 1).

08- INCORRETA

Para m = 0 e a = b

$$\begin{cases} y=0 \\ x+z=2a+c \\ x+4y+z=a+b+c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+z=2a+c \\ x+z=2a+c \end{cases} \Rightarrow x+z=2a+c$$

Fazendo: x = α, $\alpha \in$ R temos z = 2a + c - α

S = {(α; 0; 2a + c – α)}

16- CORRETA

Para m = 2 e a = b = c = 3

$$\begin{cases} 2x+y=0 \\ x+4y+z=9 \\ x+4y+z=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=0 \therefore y=-2x \\ x+4y+z=9 \end{cases} \text{ subst.}$$

$$x+4(-2x)+z=9 \therefore x-8x+z=9 \therefore -7x+z=9 \therefore z=9+7x$$

Fazendo $x=t$ temos:

$y=-2t$

$z=9+7t$

QUESTÃO: 06
GABARITO: 12

A tabela a seguir mostra o número de pessoas para cada um das marcas.

Marca	HOMENS	MULHERES	TOTAIS
A	540	480	1020
B	630	300	930
C	630	420	1050
TOTAIS	1800	1200	3000

01) INCORRETA

$$\frac{1020}{3000}=0,34=34\%$$

02) INCORRETA
Marca A : 1020 pessoas.
Marca C: 1050 pessoas.

04) CORRETA

$$\frac{1800}{3000}=\frac{3}{5}$$

08) CORRETA

$$\frac{540}{3000}=0,18=18\%$$

16) INCORRETA
Homens: 630
Mulheres: 420

QUESTÃO: 07
GABARITO: 29

01) CORRETA

$$t=100$$

$$Q(t)=100-90.e^{-\frac{100}{200}}$$

$$Q(t)=100-90.e^{-\frac{1}{2}}$$

$$Q(t)=100-\frac{90}{\sqrt{e}}\approx 100-\frac{90}{1,6}\cong 100-56=44<55$$

02) INCORRETA
Para $t=0$ temos $Q(t)=100-90.e^{0}=10$
Para $t=100$ temos $Q(t)\cong 44$

04) CORRETA

$$t=-200\log_2\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$Q(t)=100-90.e^{-\frac{\left(-200\log_2\left(\frac{2}{3}\right)\right)}{200}}$$

$$Q(t)=100-90.\cancel{e}^{\cancel{\log_e}\left(\frac{2}{3}\right)}=100-90.\frac{2}{3}=40$$

08) CORRETA

$Q(0) = 10$

$20.Q(0) = 200$

$$200 = 100 - 90.e^{-\frac{t}{200}}$$

$$100 = -90.e^{-\frac{t}{200}}$$

$$-\frac{10}{9} = e^{-\frac{t}{200}}$$

Absurdo, pois $e^{-\frac{t}{200}} > 0$

16) CORRETA

$t = 200$

$$\frac{100 - 90.e^{-\frac{200}{200}}}{2000} = \frac{100 - \frac{90}{2,7}}{2000} \cong \frac{66}{2000} \cong 0,033$$

QUESTÃO: 08

GABARITO: 07 - Nível: Médio

01- CORRETA

$$(2+2i)^6 = [2.(1+i)]^6 = 2^6.(1+i)^6 = 64.[(1+i)^2]^3$$

$$= 64.[2\,i]^3 = 64\,.\,2^3.i^3 = 64\,.\,8\,.-i = \ -512.i$$

(imaginário puro)

02- CORRETA

$$z = \frac{i^{103}}{1+i} \Rightarrow z = \frac{-i}{(1+i)}$$

$$|z| = \left|\frac{-i}{1+i}\right| = \frac{|-i|}{|1+i|}$$

$$|-i| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(-1)^2} = 1$$

$$|1+i| = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

Portanto

$$|z| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

04- CORRETA

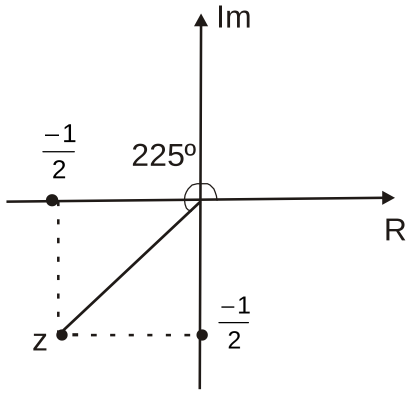
$$\frac{z+2\,i}{i\,.\,z+1} = 3 \therefore z+2i = 3iz+3 \therefore z-3iz = 3-2i \therefore$$

$$z(1-3i) = 3-2i \therefore z = \frac{3-2i}{1-3i}.\frac{(1+3i)}{(1+3i)} \Rightarrow z = \frac{9+7i}{10}$$

08- INCORRETA

$$z = \frac{i^{103}}{1+i} \Rightarrow z = \frac{-i}{1+i} \Rightarrow z = \frac{-i}{1+i}.\frac{(1-i)}{(1-i)} \Rightarrow$$

$$z = \frac{-1-i}{2} \therefore z = \frac{-1}{2} - \frac{i}{2} \quad \text{(3º quadrante)}$$



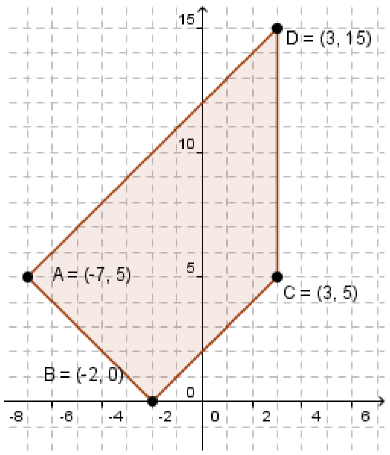
16- INCORRETA

$$8\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)=8$$

$$(\cos 150º + i\sin 150º)=$$

$$8.\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+i.\frac{1}{2}\right)= \ -4\sqrt{3+4i}$$

QUESTÃO: 09
GABARITO: 24



01) INCORRETA

$d(A,C)=\sqrt{(-7-3)^2+(5-5)^2}=10$

$d(A,B)=\sqrt{(-7-(-2))^2+(5-0)^2}=5\sqrt{2}$

$d(B,C)=\sqrt{(3-(-2))^2+(5-0)^2}=5\sqrt{2}$

O triângulo é isósceles.

02) INCORRETA

$m_{AD}=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{15-5}{3-(-7)}=1$

Logo $m=-1$, pois $m.m_{AD}=-1$

Substituindo em $y-y_0=m(x-x_0)$ temos

$y-5=-1(x-3)$

$y=-x+8$

04) CORRETA

$$\Delta = \begin{vmatrix} -7 & -2 & 3 & 3 & -7 \\ 5 & 0 & 5 & 15 & 5 \end{vmatrix} = 150$$

$$S = \frac{|\Delta|}{2} = 75$$

08) INCORRETA

$$m_{AD} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{15-5}{3-(-7)} = 1$$

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-0}{-7-(-2)} = -1$$

Assim $m_{AD} \cdot m_{AB} = -1$ e, portanto $AD \perp AB$

16) CORRETA

$$m_{AD} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{15-5}{3-(-7)} = 1$$

$$m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-0}{3-(-20} = 1$$

Assim $m_{AD} = m_{BC}$ e, portanto $AD // BC$

QUESTÃO: 10
GABARITO: 14

01) INCORRETA

$\log_a\left(\log_a \frac{1}{a^a}\right) = \log_a\left(\log_a a^{-a}\right) = \log_a(-a)$ que não existe.

02) CORRETA

$$\log_{\frac{1}{3}} 3 < \log_3 \frac{1}{2} \Leftrightarrow -1 < \log_3 \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3^{-1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < \frac{1}{2}$$

04) CORRETA

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2x+7} < \left(\frac{4}{3}\right)^{x-4} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2x+7} < \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}\right)^{x-4} \Leftrightarrow \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)}^{2x+7} < \cancel{\left(\frac{3}{4}\right)}^{4-x}$$

$$\Leftrightarrow 2x+7 > 4-x \Leftrightarrow 3x > -3 \Leftrightarrow x > -1$$

08) CORRETA

$$f(a-1) = 9f(b)$$

$$3^{2(a-1)+5} = 9.3^{2b+5}$$

$$3^{2a+3} = 3^2.3^{2b+5}$$

$$\cancel{3}^{2a+3} = \cancel{3}^{2b+7}$$

$$2a+3 = 2b+7$$

$$2a-2b = 4$$

$$a-b = 2$$

16) INCORRETA

Se $x = -2$ então $\log_{10}(x+1)$ não existe.

QUESTÃO: 11
GABARITO: 18

01) INCORRETA

$x > 2(x-1) \Rightarrow \; x > 2x - 2 \Rightarrow \; 2 > x \Rightarrow \; x < 2$

$$\frac{x}{x-1} > 2 \Rightarrow \frac{x}{x-1} - 2 > 0 \Rightarrow \frac{2-x}{x-1} > 0 \Rightarrow 1 < x < 2$$

02) CORRETA

$$\sqrt{5\sqrt{5.5^{1/2}}} = \sqrt{5.\sqrt{5^{3/2}}} = \sqrt{5.5^{3/4}} = \sqrt{5^{7/4}} = 5^{\frac{7}{8}}$$

04) INCORRETA

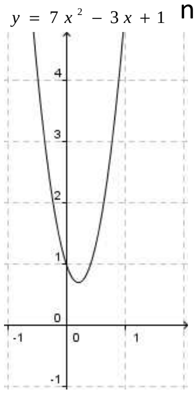
$$\frac{3a^2 - 15a}{2a^3 - 8a^2 - 10a} = \frac{3\cancel{a}\ \cancel{(a-5)}}{2\cancel{a}\ \cancel{(a-5)}(a+1)} = \frac{3}{2(a+1)}$$

08) INCORRETA

Suponha, por exemplo, $a = -5$ e $b = -2$, então $a < b$, porém $|a| > |b|$, pois $|-5| = 5$ e $|-2| = 2$.

16) CORRETA

$y = 7x^2 - 3x + 1$ não possui raízes reais e tem concavidade voltada para cima.



QUESTÃO: 12
GABARITO: 28 - Nível: Médio

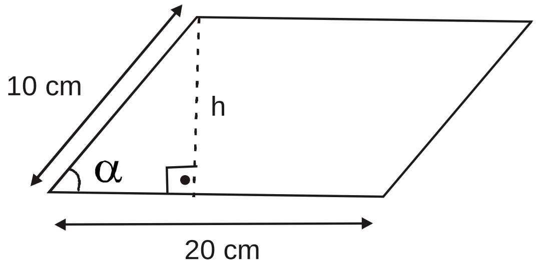
01- INCORRETA

Sendo $\text{sen}\,\alpha = \dfrac{3}{5}$ e $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$, concluímos que

$\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$, portanto $\text{sen}\,2\alpha = 2\,\text{sen}\,\alpha \,.\, \cos\alpha = 2\,.\,\dfrac{3}{5}\,.\,\dfrac{4}{5} = \dfrac{24}{25}$

02- INCORRETA

Veja a figura



$$S = b\,.\,h \;\therefore 100\sqrt{2} = 20h \;\therefore\; h = 5\sqrt{2}\text{ cm}$$

como h = 10 . sen α, temos sen $\alpha = \dfrac{5\sqrt{2}}{10} \therefore \text{sen}\,\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

portanto α = 45º .

04- CORRETA

$$\text{Se}\quad \cos\alpha = \frac{4}{5},\ \text{então:}$$

$$\text{sen}^2\alpha + \cos\alpha = 1$$

$$\text{sen}^2\alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Se}\quad \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{10}},\ \text{então:}$$

$$\text{sen}^2\,\beta + \cos^2\beta = 1$$

$$\text{sen}^2\beta = 1 - \frac{1}{10} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

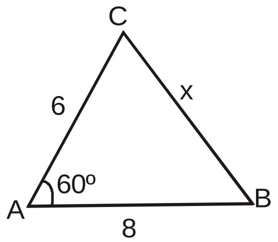
Logo teremos:

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\,.\cos\beta - \text{sen}\alpha\,.\,\text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \frac{4}{5}.\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{3}{5}.\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{4}{5\sqrt{10}} - \frac{9}{5\sqrt{10}} = -\frac{\cancel{5}}{\cancel{5}\sqrt{10}} = \frac{-1}{\sqrt{10}}$$

08- CORRETA



Aplicando a lei dos cossenos temos:

$$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2\,.\,8\,.\,6\,.\cos 60º$$

$$x^2 = 36 + 64 - \cancel{2}\,.\,48\,.\frac{1}{\cancel{2}}$$

$$x^2 = 100 - 48$$

$$x^2 = 52$$

$$x = 2\sqrt{13}\ \text{ cm}$$

16- CORRETA

Se $BC = 2\sqrt{13}\text{cm}$, então temos que:

$$1\text{cm} \;\text{———}\; 50.000\text{ cm} = 0{,}5\text{ Km}$$

$$2\sqrt{13}\text{cm} \;\text{———}\; x$$

$$x \cong 3{,}60\text{Km}$$

QUESTÃO: 13
GABARITO: 21 - Nível: Médio

01- CORRETA

$$(\text{sen } 2x)(\text{sen } x) + 2\cos^3 x = 2\cos x$$

$$(2\text{sen } x \,.\, \cos x)\,.\,(\text{sen } x) + 2\cos^3 x = 2\cos x$$

$$2\,\text{sen}^2 x \,.\, \cos x + 2\cos^3 x = 2\cos x$$

$$2\cos x\,(\text{sen}^2 x + \cos^2 x) = 2\cos x$$

$$2\,.\,\cos x\,.\,1 = 2\cos x$$

$$2\cos x = 2\cos x$$

02- INCORRETA

$$tg^2 x = tgx \Rightarrow tg^2 x - tgx = 0 \Rightarrow tgx(tgx - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} tgx = 0 \Rightarrow x = 0 + k\pi,\, k \in \mathbb{Z} \\ \quad\text{ou} \\ tgx = 1 \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi,\, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Para } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \text{ temos } x = 0 \text{ ou } x = \frac{x}{4}$$

04- CORRETA

Fazendo y = cos x, teremos:

$$2y^2 + 7y + 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 49 - 48$$

$$\Delta = 1$$

$$y = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y = \frac{-7 + \sqrt{1}}{2.2}$$

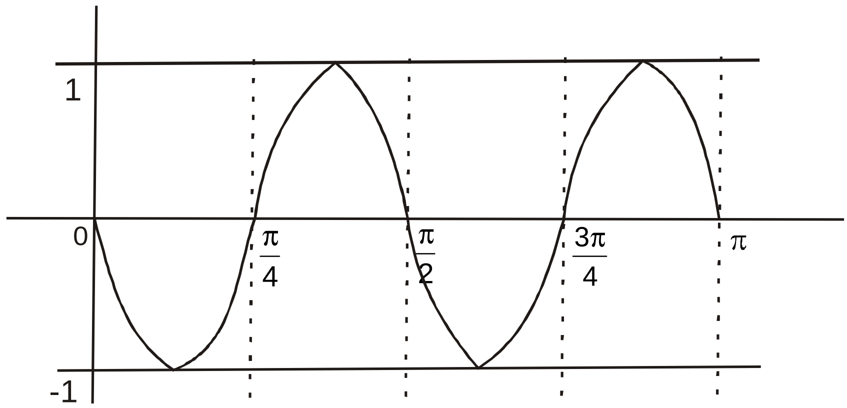
$$y^{I} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$y^{II} = \frac{-8}{4} = -2$$

Se -1 ≤ cos x ≤ 1, concluímos que:

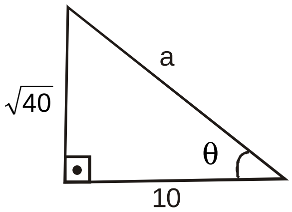
cos x = -1,5 (não existe)
e
cos x = -2 (não existe)

08- INCORRETA
Se f(x) = sen(4x - π)



Observando o gráfico de f(x) no intervalo $x \in \left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$, verificamos que f(x) não é injetora

16- CORRETA
De acordo com o enunciado temos que:



$$a^2 = 10^2 + \left(\sqrt{40}\right)^2$$
$$a^2 = 100 + 40$$
$$a = \sqrt{140} \rightarrow \quad a = 2\sqrt{35}$$

$$\cos\theta = \frac{\cancel{10}}{\cancel{2}\sqrt{35}} = \frac{5}{\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{35}}{7} > \frac{5}{6}$$

QUESTÃO: 14
GABARITO: 22

01) INCORRETA
O próprio 110 é divisor positivo par de 110

02) CORRETA
$60 = 2^2.3.5$
$126 = 2.3^2.7$

04) CORRETA

$D(110) = \{1,2,5,10,11,22,55,110\}$

08) INCORRETA

$mmc(60,110) = 660$

16) CORRETA

$60 = 2^2.3.5$

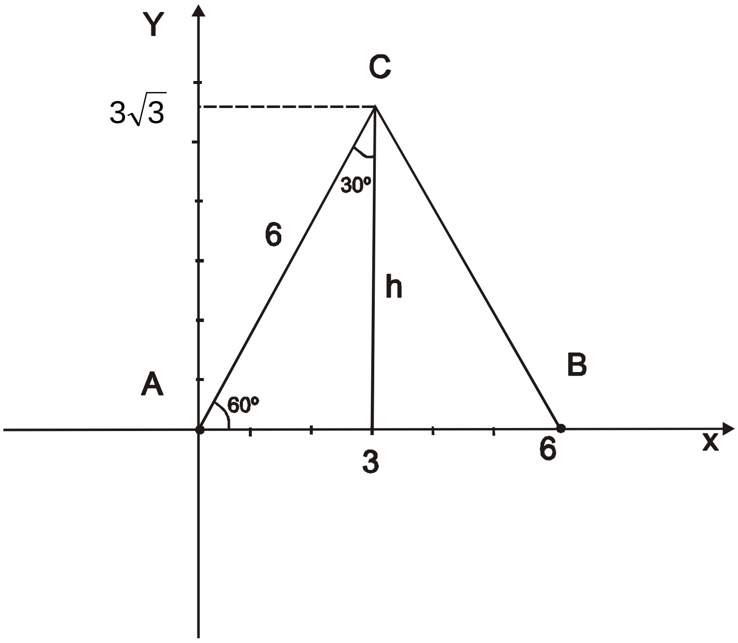
$126 = 2.3^2.7$

$mdc(60,126) = 2.3$

QUESTÃO: 15
GABARITO: 13 - Nível: Fácil

01- CORRETA

Representando o triângulo ABC no sistema cartesiano, temos que:



seno 60º = $\frac{h}{6}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{6} \therefore \boxed{h = 3\sqrt{3}}$

02- INCORRETA

A reta $\overleftrightarrow{AC}$ contem os pontos A e C. Fazendo a verificação na equação y = $\frac{1}{2}x$, concluímos que:

$A_{(0;0)} \rightarrow 0 = \frac{1}{2}.0 \rightarrow 0 \rightarrow \boxed{0 = 0}$

$C_{(3;3\sqrt{3})} \rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{1}{2}.3 \rightarrow \boxed{3\sqrt{3} \neq \frac{3}{2}}$

04- CORRETA

O ponto médio do segmento $\overline{AC}$ é:

$$M_{(Xm;\,Ym)}\begin{cases} Xm = \dfrac{0+3}{2} = \dfrac{3}{2} \\ Ym = \dfrac{0+3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Para que C_1 e C_2 sejam tangentes no ponto M, este deve pertencer as duas circunferências, vejamos:
$C_1 : x^2 + y^2 = 9$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 9$$

$$\frac{9}{4} + \frac{27}{4} = 9 \rightarrow \boxed{\frac{36}{4} = 9}$$

$C_2 : (x - 3)^2 + (y - 3\sqrt{3})^2 = 9$

$$\left(\frac{3}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{3}\right)^2 = 9$$

$$\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 9$$

$$\frac{9}{4} + \frac{27}{4} = 9.8$$

$$\boxed{\frac{36}{4} = 9}$$

08- CORRETA

$C_3 : (x - 6)^2 + y^2 = 27$

$C(6;\,0)$ e $R = 3\sqrt{3}$

a) $C(6;\,0)$ é o centro de C_3
e $B(6;\,0)$ é o vértice do ΔABC

b) O raio $R = 3\sqrt{3} = h$ (altura do ΔABC). Como o Δ é eqüilátero, podemos dizer que:

$$\boxed{\text{Mediana} = h = 3\sqrt{3}}$$

16- INCORRETA

Para determinar os pontos de Interseção das circunferências C_1 e C_2, faremos a resolução de um sistema de equações:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 & (C_1) \\ (x-6)^2 + y^2 = 27 & (C_2) \end{cases}$$

Substituindo C_1 em C_2, teremos:
$(x - 6)^2 + 9 - x^2 = 27$

$x^2 – 12 + 36 + 9 – x^2 = 27$

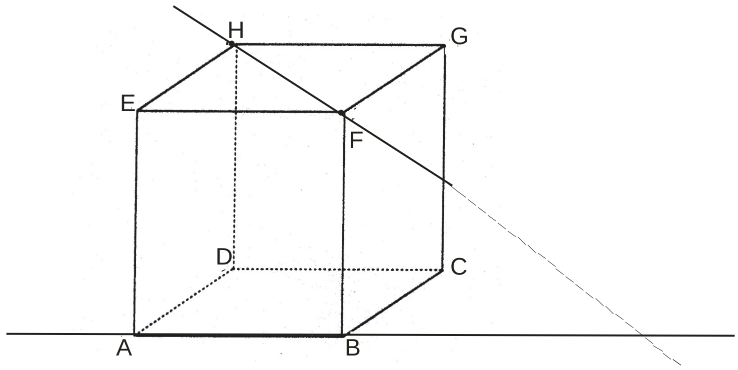
$12x = 18 \therefore x = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

QUESTÃO: 16

GABARITO: 15 - Nível: Fácil

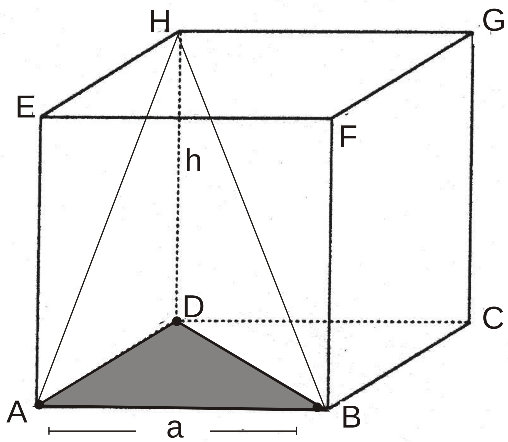
01- CORRETA

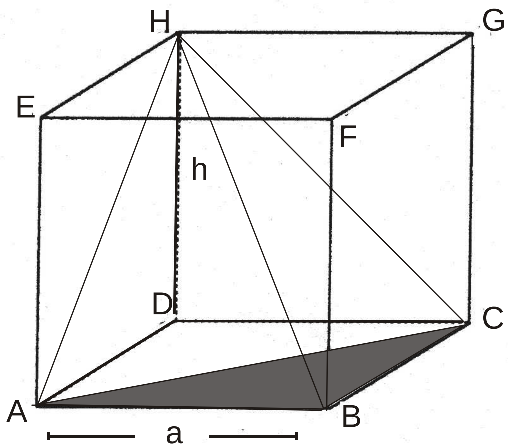
Veja as retas na figura abaixo:



02- CORRETA

Considerando as figuras abaixo:





Temos que:

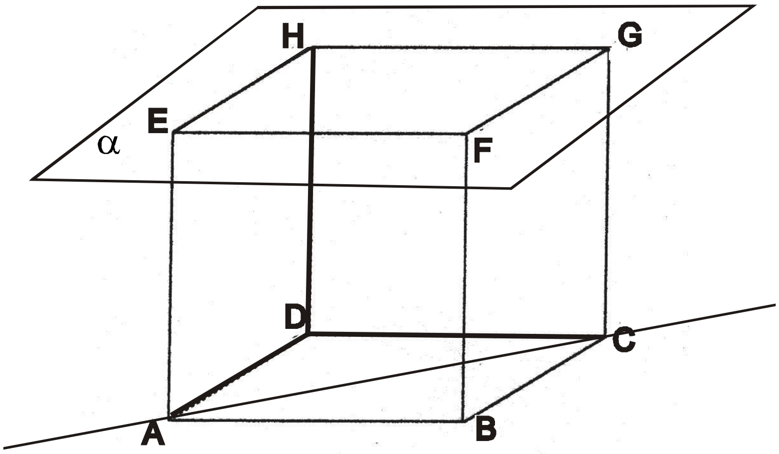
$$V_{ABDH} = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.h \qquad V_{ABCH} = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.h$$

$$V_{ABDH} = \frac{a^2h}{6} \qquad V_{ABCH} = \frac{a^2h}{6}$$

$$\boxed{V_{ABDH} = V_{ABCH}}$$

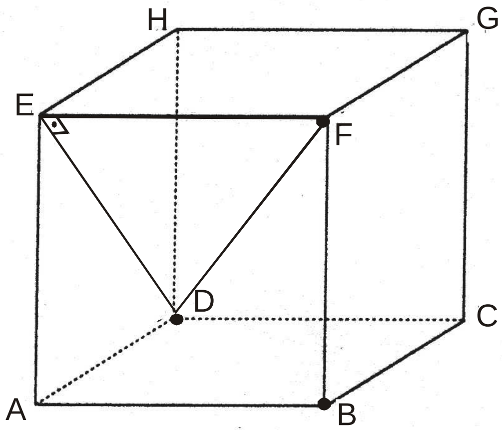
04- CORRETA

Veja a reta AC e o plano X_{EFH}

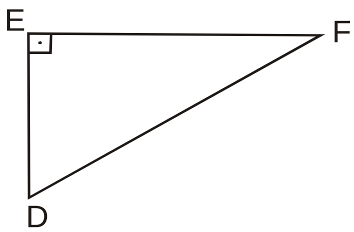


08- CORRETA

Veja na figura abaixo:

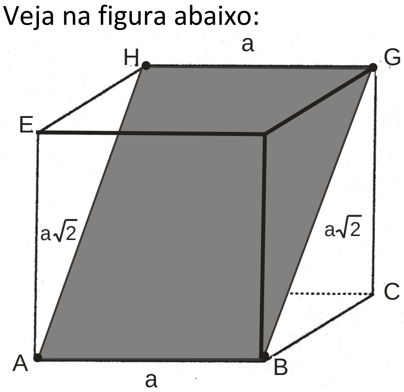


O triângulo DEF no plano fica:



16- INCORRETA

Veja na figura abaixo:



A figura ABGH é um retângulo.

QUESTÃO: 17
GABARITO: 25 - Nível: Médio

01- CORRETA

$$\text{Sendo} \quad A = (a_{ij})_{3x3},\ a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ 1, & \text{se } i = j \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A = I \text{ (identidade)}$$

Por definição a matriz identidade é elemento neutro na multiplicação, logo

$$A.B = B$$

02-INCORRETA

$(A – B) . (A + B) = A^2 + AB – BA + B^2$ $(AB \neq BA)$

04- INCORRETA

$$\text{Se } B = A^{-1}$$

Sabemos que $A^{-1} = \dfrac{(\text{cof. }A)^t}{\det\ A} \Rightarrow B = \dfrac{(\text{cof. }A)^t}{\det\ A} \Rightarrow b_{ij} = \dfrac{\text{cof. de } a_{ji}}{\det\ A}$

08- CORRETA

Na matriz $B = (b_{ij})_{3x3},\ b_{ij} = i + j$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow b = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Observa-se que B é matriz simétrica, portanto $B = B^t$

16- CORRETA

Na matriz B = $(b_{ij})_{3x3},\ b_{ij} = i - j$

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \Rightarrow B \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det\ (B) = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \det(B) = 0$$

QUESTÃO: 18
GABARITO: 23 - Nível: Fácil

01- CORRETA

$$C_{12,4} = \frac{12!}{4!\,8!} = \ 495$$

02- CORRETA

$$C_{7,4} = \frac{7!}{4!\ 3!} = 35$$

04- CORRETA

$$C_{5,2} \,.\, C_{7,2} = \frac{5!}{2!\,3!} \,.\, \frac{7!}{2!\,5!} = \ 210$$

08- INCORRETA
Total de horas do trabalho $\longrightarrow$ 20 . 6 = 120 horas.
Total de horas do trabalho, equivalente a 17 dias $\longrightarrow$ 17 . 6 = 102 horas.
Para realizar a tarefa estão faltando 18 horas de trabalho.
Como os funcionários irão trabalhar 4 horas dias, temos:

$\frac{18}{4} = 4{,}5$ dias de trabalho restante.

Conclusão:
$\longrightarrow$ Dias trabalhado 17 + 4,5 = 21,5 dias.
$\longrightarrow$ Houve um acréscimo de 1,5 dias.

16- CORRETA

$$\begin{array}{c|ccc|c} \downarrow & 6h/d & \text{———} & 20d & \uparrow \\ & x & \text{———} & 18d & \end{array}$$

Trata-se de um problema de regra de três simples e inversa, logo:

$$x = \frac{\cancel{6} \times 20}{\cancel{1}8} = \frac{20}{3} = \quad 6h40min$$

QUESTÃO: 19
GABARITO: 26 - Nível: Médio

01- INCORRETA
gr (q(x) . p(x)) = gr q(x) + gr p (x) = 5

02- CORRETA
a = b = 0 e c = 8 , temos que

$$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$
$$P(x) = x^3 + 0.x^2 + 0x + 8$$
$$P(x) = x^3 + 8 \rightarrow \quad x^3 + 8 = 0$$
$$x^3 = -8$$
$$x = \sqrt[3]{-8}$$
$$x = \sqrt[3]{(-2)^3}$$

$$\boxed{x = -2}$$

raiz real do polinômio

Observação: As outras 2 raízes são imaginárias.

04- INCORRETA:

Podemos observar item 2, com a = b = 0 e c = 8 temos $p(x) = x^3 + 8$ com duas raízes imaginárias, portanto não se pode escrever p(x) = (x – k) (x – ℓ) (x – m) com k, ℓ e m reais.
Assim concluímos que este item é incorreto.

08- CORRETA

Se p(x) é divisível por (x – 1), então p(1) = 0. Sendo assim temos:

$$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$
$$p(1) = 1 + a + b + c$$
$$a + b + c + 1 = 0 \therefore 1 + a = -b - c$$

16- CORRETA

Se $p(-x) = p(x)$ e $p(-1) = 0$

$$p(x) = -x^3 + ax^2 - bx + c$$
$$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$p(-x) = -p(x)$$

$$-x^3 + ax^2 - bx + c = -(x^3 + ax^2 + bx + c)$$
$$-x^3 + ax^2 - bx + c = -x^3 - ax^2 - bx - c$$

$$2ax^2 + 2c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ \text{e} \\ c = 0 \end{cases}$$

portanto:

$$p(x) = x^3 + bx$$

Se $p(-1) = 0 \Rightarrow (-1)^3 + b(-1) = 0 \Rightarrow b = -1$

logo:

$$P(x) = x^3 - x$$

Podemos concluir que $p(0) = 0$ e $p(2) = 6$

QUESTÃO: 20
GABARITO: 30 - Nível: Fácil

01- INCORRETA

M = $\dfrac{6+4+5+3+6}{5}$

M = $\dfrac{24}{5} = 4{,}8$

4,8 < 5

02- CORRETA

M = $\dfrac{1+2+2+3+4}{5}$

M = $\dfrac{12}{5} = 2{,}4$ (média)

1 . 2 . 2 . 3 . 4

$\downarrow$

$\boxed{\text{mediana} = 2}$

$\boxed{2{,}4 > 2}$

04- CORRETA

2008	________	4
2004 a 2008	________	12

$\dfrac{\cancel{4}}{\cancel{12}} = \boxed{\dfrac{1}{3}}$

08- CORRETA

2005 $\longrightarrow$ 3 —— 100%

2006 $\longrightarrow$ 1 —— x

$x = \dfrac{100}{3} = 33{,}33\%$

$y \cong 100\% - 33{,}33\%$

$\boxed{y \cong 66{,}67\ \% > 60\%}$

16- CORRETA